

DOI: 10.16285/j.rsm.2019.0738

非饱和土中热弹性波的传播特性分析

柳鸿博¹, 周凤玺^{1,2}, 岳国栋¹, 郝磊超¹

(1. 兰州理工大学 土木工程学院, 甘肃 兰州 730050; 2. 兰州理工大学 西部土木工程防灾减灾教育部工程研究中心, 甘肃 兰州 730050)

摘 要: 基于非饱和和多孔介质的研究成果, 考虑热效应和孔隙流体迂曲度的影响, 研究了非饱和土中热弹性波的传播特性。利用非饱和土中耦合热的固-液-气三相介质的质量平衡方程、渗流连续方程、动量平衡方程和广义非 Fourier 热传导定律, 建立了问题的热弹性波动方程。通过引入势函数, 经过理论推导给出了非饱和土中热弹性波的弥散特征方程。结合数值算例, 分析了几类热弹性波的波速和衰减系数随迂曲度、热膨胀系数和介质温度等热物理参数的变化规律。结果表明: 孔隙水迂曲度的增大将引起 P₁ 波、P₃ 波和 S 波的波速增大, 而孔隙气体迂曲度的增大仅使得 P₂ 波的波速增大; 热膨胀系数的增大将造成 P₁ 波波速的增大和热 (T) 波波速的减小; 介质温度的升高将引起各类热弹性波波速的增大; 频率、热膨胀系数和介质温度的变化对各类热弹性波的衰减系数均有较大影响, 不可忽视。

关 键 词: 非饱和土; 热弹性波; 波速; 衰减系数; 传播特性

中图分类号: TU 435

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598 (2020) 05-1613-12

Propagation characteristics of thermoelastic wave in unsaturated soil

LIU Hong-bo¹, ZHOU Feng-xi^{1,2}, YUE Guo-dong¹, HAO Lei-chao¹

(1. School of Civil Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou, Gansu 730050, China; 2. Engineering Research Center of Disaster Mitigation in Civil Engineering of Ministry of Education, Lanzhou University of Technology, Lanzhou, Gansu 730050, China)

Abstract: Based on the research results of unsaturated porous medium, considering the influence of thermal effect and porosity fluid tortuosity, the propagation characteristics of thermoelastic wave in unsaturated soil are studied in this paper. The thermoelastic wave equations of the problem are established by the mass balance equation, seepage flow equations of continuity and momentum balance, and generalized non-Fourier heat conduction law of the solid-liquid-gas three-phase medium coupled with heat in unsaturated soil. By introducing the potential function, the dispersion characteristic equation of thermoelastic wave in unsaturated soil is theoretically derived. The variations of the wave velocity and attenuation coefficient of several types of thermoelastic waves with the thermophysical parameters such as tortuosity, thermal expansion coefficient and medium temperature, are analyzed in numerical examples. The results show that the increase of pore water tortuosity causes the decrease of wave velocity of P₁ wave, P₃ wave and S wave, while the increase of pore gas tortuosity only causes the decrease of wave velocity of P₂ wave. The increase of thermal expansion coefficient causes the increase of P₁ wave velocity and the decrease of thermal wave (T wave) velocity. The rise of medium temperature causes the increase of wave velocity of various thermoelastic waves. The variations of frequency, thermal expansion coefficient and medium temperature have a great influence on the attenuation coefficients of various thermoelastic waves, and these variations cannot be ignored.

Keywords: unsaturated soil; thermoelastic wave; wave velocity; attenuation coefficient; propagation characteristics

1 引 言

在单相弹性介质中通常存在两类弹性波, 即体波和面波。体波在无界域中传播, 如压缩波和剪切波; 与之相反, 表面波在介质分层或具有自由界面

时产生, 沿其边界传播, 如 Love 波和 Rayleigh 波。近年来, 随着石油化工工程、地震工程及材料科学等领域快速发展, 弹性波在多孔介质中的研究和应用引起了学者们的广泛关注。

自 Biot^[1]首次提出流体饱和和多孔弹性介质的动

收稿日期: 2019-04-24

修回日期: 2019-09-10

基金项目: 国家自然科学基金 (No. 51978320, No. 11962016)。

This work was supported by the National Natural Science Foundation of China (51978320, 11962016).

第一作者简介: 柳鸿博, 男, 1994年生, 硕士研究生, 主要从事饱和土与非饱和土波动理论方面的研究工作。E-mail: lhb_0803@163.com

通信作者: 周凤玺, 男, 1979年生, 博士, 教授, 主要从事岩土力学和复合材料结构力学方面的研究工作。E-mail: gcolut@163.com

力学模型以来, 针对等温条件下弹性波在饱和多孔介质中的传播特性, 已有大量的研究成果^[2-11]。但是, 在非等温条件下, 由于温度与变形之间的耦合作用影响了多孔介质中弹性波的形成和传播特性, 且多孔介质中各相间的热-力耦合相比于经典情况更为复杂, 故而在考虑热效应的影响下研究弹性波的传播问题具有更为重要的意义。国内外众多学者已从不同角度对单相弹性固体以及两相饱和介质中热弹性波的传播特性进行了相关的研究工作。Biot^[12]于 1956 年提出了热弹性耦合理论, 但由于采用了经典的 Fourier 热传导方程, 因此该理论仅能预测以无限速度传播的热波, 而这恰与波以有限速度传播的事实相反。Lord 等^[13]建立了另一种热弹性耦合理论, 并修正了早期的热弹性理论仅能分析无限大速度热波传播的缺陷。Pecker 等^[14]研究了温度对液饱和和多孔弹性介质中体波的传播特性的影响, 并给出了相应的方程。Youssef^[15]基于前人的研究成果, 通过考虑一种均质、各向同性、边界充满可压缩理想液体的弹性体, 建立了广义热弹性理论。Singh^[16]基于 Youssef 理论, 研究了多孔热弹性介质中面波的传播特性, 但该模型比较复杂, 其中一些物理参数的意义不够明确。周凤玺等^[17]基于多孔介质理论和广义的热弹性模型, 建立了饱和多孔介质的热-流-固耦合弹性波动模型, 对饱和多孔介质中的热弹性波进行了进一步研究。

然而, 非饱和介质在自然界和工程领域大量存在。例如非饱和土, 其间存在着毛细压力和各相间的耦合效应, 使得非饱和土中弹性波的传播特性明显有别于饱和土和单相介质。有学者通过理论及试验研究发现, 即使存在于饱和土中的少量的气体也会对弹性波的传播特性产生较大的影响^[18-20]。因此, 许多学者考虑固体骨架与孔隙液体和气体构成的三相多孔介质, 对非饱和状态下弹性波的传播特性进行了大量研究^[21-26]。值得注意的是, 根据大量的文献研究结果来看, 鲜有文献对考虑热效应影响下非饱和和多孔介质中弹性波的传播特性进行报道。

本文在已有研究的基础上, 通过质量平衡方程、引入迂曲度的渗流连续方程、动量平衡方程和广义非 Fourier 热传导定律等基本方程, 经过理论推导建立了非饱和多孔热弹性介质的波动方程, 并通过引入势函数推导得到了非饱和多孔热弹性介质中体波的特征方程, 最后利用参数分析, 讨论了各类热弹性波的波速和衰减系数随非饱和多孔热弹性介质的迂曲度、热膨胀系数和温度等热物理参数的变化规律。

2 基本方程

2.1 质量平衡方程

对于非饱和多孔介质, 固体骨架间的孔隙由气相和液相共同填充, 土的孔隙率用 n 表示, 液相饱和度 S^l 和气相饱和度 S^g 是液相和气相分别占据的体积与孔隙总体积之比, 故 $S^l + S^g = 1$ 。

忽略各相之间的非对流项, 固相、液相和气相的质量平衡方程可以表示为^[27-29]

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial[(1-n)\rho^s]}{\partial t} + \nabla \cdot [(1-n)\rho^s \dot{\mathbf{u}}^s] &= 0 \\ \frac{\partial(nS^l\rho^l)}{\partial t} + \nabla \cdot (nS^l\rho^l\dot{\mathbf{u}}^l) &= 0 \\ \frac{\partial(nS^g\rho^g)}{\partial t} + \nabla \cdot (nS^g\rho^g\dot{\mathbf{u}}^g) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{u}^s$ 、 $\mathbf{u}^l$ 和 $\mathbf{u}^g$ 分别为固相、液相和气相的位移矢量; ρ^s 、 ρ^l 和 ρ^g 分别为固相、液相和气相的密度; t 为时间。

将质量平衡方程式 (1) 展开, 整理后可得

$$\left. \begin{aligned} -\rho^s \frac{\partial n}{\partial t} + (1-n) \frac{\partial \rho^s}{\partial t} + (1-n) \rho^s \nabla \cdot \dot{\mathbf{u}}^s - \\ \rho^s \dot{\mathbf{u}}^s \nabla n + (1-n) \dot{\mathbf{u}}^s \nabla \rho^s &= 0 \\ n\rho^l \frac{\partial S^l}{\partial t} + S^l \rho^l \frac{\partial n}{\partial t} + nS^l \frac{\partial \rho^l}{\partial t} + nS^l \rho^l \nabla \cdot \dot{\mathbf{u}}^l + \\ S^l \rho^l \dot{\mathbf{u}}^l \cdot \nabla n + n\rho^l \dot{\mathbf{u}}^l \cdot \nabla S^l + nS^l \dot{\mathbf{u}}^l \cdot \nabla \rho^l &= 0 \\ -n\rho^g \frac{\partial S^l}{\partial t} + (1-S^l) \rho^g \frac{\partial n}{\partial t} + n(1-S^l) \frac{\partial \rho^g}{\partial t} + \\ n(1-S^l) \rho^g \nabla \cdot \dot{\mathbf{u}}^g + (1-S^l) \rho^g \dot{\mathbf{u}}^g \cdot \nabla n - \\ n\rho^g \dot{\mathbf{u}}^g \cdot \nabla S^l + n(1-S^l) \dot{\mathbf{u}}^g \cdot \nabla \rho^g &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

一般而言, 一个变量的空间导数和时间导数的乘积相对于其时间导数是比较小的高阶项, 可将其忽略^[30], 则式 (2) 可以近似简化为

$$\left. \begin{aligned} -\frac{\partial n}{\partial t} + (1-n) \frac{\partial \rho^s}{\rho^s \partial t} + (1-n) \nabla \cdot \dot{\mathbf{u}}^s &= 0 \\ n \frac{\partial S^l}{\partial t} + S^l \frac{\partial n}{\partial t} + nS^l \frac{\partial \rho^l}{\rho^l \partial t} + nS^l \nabla \cdot \dot{\mathbf{u}}^l &= 0 \\ -n \frac{\partial S^l}{\partial t} + (1-S^l) \frac{\partial n}{\partial t} + n(1-S^l) \frac{\partial \rho^g}{\rho^g \partial t} + \\ n(1-S^l) \nabla \cdot \dot{\mathbf{u}}^g &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

非饱和和多孔介质中固相、液相和气相的密度可以分别表示为^[31]

$$\left. \begin{aligned} \rho^s &= \rho^{s0} \exp \left[\beta_{sp} (p_s - p_{ref}^0) - \beta_{sT} (T - T_0) \right] \\ \rho^l &= \rho^{l0} \exp \left[\beta_{wp} (p_w - p_{w0}) - \beta_{wT} (T - T_0) \right] \\ \rho^g &= \frac{M_a p_g}{RT} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中: ρ^{s0} 和 ρ^{l0} 分别为固相和液相的参考密度; β_{sp} 和 β_{wp} 分别为固相和液相的压缩系数; β_{sT} 和 β_{wT} 分别为固相和液相的热膨胀系数; p_s 为平均净压力; p_w 和 p_g 分别为孔隙水压力和孔隙气压力; p_{ref}^0 和 p_{w0} 分别为平均净压力和孔隙水压力的参考值; T 和 T_0 分别为开尔文温度和初始温度; M_a 为气体摩尔质量, $M_a = 0.0288 \text{ kg/mol}$; R 为通用气体常数, $R = 8.3144 \text{ J/(mol} \cdot \text{K)}$ 。

根据链式求导法则, 固、液、气三相的密度随时间的变化率可以分别表示为

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \rho^s}{\partial t} &= \beta_{sp} \rho^s \frac{\partial p_s}{\partial t} - \beta_{sT} \rho^s \frac{\partial T}{\partial t} \\ \frac{\partial \rho^l}{\partial t} &= \beta_{wp} \rho^l \frac{\partial p_w}{\partial t} - \beta_{wT} \rho^l \frac{\partial T}{\partial t} \\ \frac{\partial \rho^g}{\partial t} &= \frac{M_a}{RT} \frac{\partial p_g}{\partial t} - \frac{M_a p_g}{RT^2} \frac{\partial T}{\partial t} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

考虑饱和度 S^l 与基质吸力 $\psi = p_g - p_w$ 和温度 T 有关, 则饱和度随时间的变化率可表示为

$$\begin{aligned} \frac{\partial S^l}{\partial t} &= \frac{\partial S^l}{\partial \psi} \frac{\partial \psi}{\partial p_g} \frac{\partial p_g}{\partial t} + \frac{\partial S^l}{\partial \psi} \frac{\partial \psi}{\partial p_w} \frac{\partial p_w}{\partial t} + \frac{\partial S^l}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial t} = \\ &= \frac{\partial S^l}{\partial \psi} \left(\frac{\partial p_g}{\partial t} - \frac{\partial p_w}{\partial t} \right) + \frac{\partial S^l}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial t} \end{aligned} \quad (6)$$

根据 Van Genuchten 提出的土-水特征曲线^[32], $\left[1 + (\chi \psi)^d \right]^{-m} = S_e$, 可得

$$\frac{\partial S^l}{\partial \psi} = -\chi m d (S_{sat}^l - S_{res}^l) (S_e)^{(m+1)/m} \left[(S_e)^{-1/m} - 1 \right]^{(d-1)/d} \quad (7)$$

式中: χ 、 m 、 d 均为 V-G 模型的材料参数; $S_e = (S^l - S_{res}^l) / (S_{sat}^l - S_{res}^l)$, 表示有效含水饱和度, 其中 S_{res}^l 为残余饱和度; S_{sat}^l 为饱和饱和度, 考虑 $S_{sat}^l = 1$ 。

基质吸力 ψ 可表达为温度 T 和初始温度 T_0 的函数, 即

$$\psi = \psi(T_0) \exp \left[-\beta_\psi (T - T_0) \right] \quad (8)$$

式中: $\beta_\psi = 2.09 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ 。

式 (8) 经过推导, 可得

$$\frac{\partial S^l}{\partial T} = -\beta_\psi \psi \frac{\partial S^l}{\partial \psi} \quad (9)$$

式中: $\psi = \chi^{-1} (S_e^{-1/m} - 1)^{1/d}$ 。

将式 (7) 和式 (9) 代入式 (6), 可得

$$\frac{\partial S^l}{\partial t} = A_s \left(\frac{\partial p_g}{\partial t} - \frac{\partial p_w}{\partial t} \right) - \beta_\psi A_s \chi^{-1} \left(S_e^{-1/m} - 1 \right)^{\frac{1}{d}} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (10)$$

其中:

$$A_s = -\chi m d (S_{sat}^l - S_{res}^l) S_e^{\frac{m+1}{m}} \left(S_e^{-1/m} - 1 \right)^{\frac{d-1}{d}} \quad (11)$$

将式 (5) 第 1 式代入式 (3) 第 1 式, 经过推导可以得到土体孔隙率随时间的变化率为

$$\frac{\partial n}{\partial t} = (1-n) \left(\nabla \cdot \dot{\mathbf{u}}^s + \beta_{sp} p_s - \beta_{sT} \frac{\partial T}{\partial t} \right) \quad (12)$$

式 (12) 表明土体孔隙率的变化受到土体温度、作用于土骨架上的应力和作用于多孔介质上的变形的影响。由于固体骨架的压缩性相比于其他项相对较小, 可以忽略, 故而可将式 (12) 中固体颗粒的压缩系数简化为 $\beta_{sp} = 0$ 。

将式 (5) 第 2、3 式、式 (10) 和式 (12) 代入式 (3) 第 2、3 式, 并将其展开, 可得

$$\left. \begin{aligned} A_{11} \dot{p}_w + A_{12} \dot{p}_g + A_{13} \nabla \cdot \dot{\mathbf{u}}^s + A_{14} \nabla \cdot \dot{\mathbf{u}}^l + \\ A_{15} \nabla \cdot \dot{\mathbf{u}}^g + A_{16} \dot{T} = 0 \\ A_{21} \dot{p}_w + A_{22} \dot{p}_g + A_{23} \nabla \cdot \dot{\mathbf{u}}^s + A_{24} \nabla \cdot \dot{\mathbf{u}}^l + \\ A_{25} \nabla \cdot \dot{\mathbf{u}}^g + A_{26} \dot{T} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

其中:

$$\left. \begin{aligned} A_{11} &= n S^l \beta_{wp}, A_{12} = n (1 - S^l) \frac{M_a}{\rho^g R T} \\ A_{13} &= 1 - n, A_{14} = n S^l, A_{15} = n (1 - S^l) \\ A_{16} &= -(1-n) \beta_{sT} - n S^l \beta_{wT} - n (1 - S^l) \frac{M_a p_g}{\rho^g R T^2} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

$$\left. \begin{aligned} A_{21} &= n S^l (1 - S^l) \beta_{wp} - n A_s \\ A_{22} &= n A_s - n S^l (1 - S^l) \frac{M_a}{\rho^g R T} \\ A_{23} &= 0 \\ A_{24} &= -A_{25} = n S^l (1 - S^l) \\ A_{26} &= -n \beta_\psi A_s \chi^{-1} \left(S_e^{-1/m} - 1 \right)^{\frac{1}{d}} + \\ & \quad n S^l (1 - S^l) \left(\frac{M_a p_g}{\rho^g R T^2} - \beta_{wT} \right) \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

对式 (13) 进行推导运算, 可得

$$\left. \begin{aligned} -\dot{p}_w &= a_{11} \nabla \cdot \dot{\mathbf{u}}^s + a_{12} \nabla \cdot \dot{\mathbf{u}}^l + a_{13} \nabla \cdot \dot{\mathbf{u}}^g + a_{14} \dot{T} \\ -\dot{p}_g &= a_{21} \nabla \cdot \dot{\mathbf{u}}^s + a_{22} \nabla \cdot \dot{\mathbf{u}}^l + a_{23} \nabla \cdot \dot{\mathbf{u}}^g + a_{24} \dot{T} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

其中:

$$\left. \begin{aligned} a_{11} &= \frac{A_{22}A_{13}}{A_{22}A_{11} - A_{12}A_{21}}, a_{12} = \frac{A_{22}A_{14} - A_{12}A_{24}}{A_{22}A_{11} - A_{12}A_{21}} \\ a_{13} &= \frac{A_{22}A_{15} - A_{12}A_{25}}{A_{22}A_{11} - A_{12}A_{21}}, a_{14} = \frac{A_{22}A_{16} - A_{12}A_{26}}{A_{22}A_{11} - A_{12}A_{21}} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

$$\left. \begin{aligned} a_{21} &= \frac{A_{21}A_{13} - A_{11}A_{23}}{A_{21}A_{12} - A_{11}A_{22}}, a_{22} = \frac{A_{21}A_{14} - A_{11}A_{24}}{A_{21}A_{12} - A_{11}A_{22}} \\ a_{23} &= \frac{A_{21}A_{15} - A_{11}A_{25}}{A_{21}A_{12} - A_{11}A_{22}}, a_{24} = \frac{A_{21}A_{16} - A_{11}A_{26}}{A_{21}A_{12} - A_{11}A_{22}} \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

2.2 渗流连续方程

通常以广义 Darcy 定律来描述非饱和和多孔介质中液相和气相在孔隙中的运动规律。考虑到多孔介质中颗粒骨架间的孔隙往往是迂曲连通的, 这使得流体实际的渗流长度往往比宏观长度大很多, 进而使得流体流动的加速度方向与其宏观方向产生差异。因此, 很多学者通过引入孔隙迂曲度对运动方程修正的形式来体现多孔介质的这种结构特性。本文借鉴一些学者^[33-34]所提出的方法来描述流体与固体骨架间的惯性耦合效应及流体的加速运动, 对文献[31]中的 Darcy 渗流方程做进一步推广, 可得

$$\left. \begin{aligned} nS^l(\dot{\mathbf{u}}^l - \dot{\mathbf{u}}^s) &= -\frac{k_l^l k}{\mu_l} \left[\nabla p_w + \rho^l \ddot{\mathbf{u}}^l + (\tau_l - 1) \rho^l (\ddot{\mathbf{u}}^l - \ddot{\mathbf{u}}^s) \right] \\ nS^g(\dot{\mathbf{u}}^g - \dot{\mathbf{u}}^s) &= -\frac{k_r^g k}{\mu_g} \left[\nabla p_g + \rho^g \ddot{\mathbf{u}}^g + (\tau_g - 1) \rho^g (\ddot{\mathbf{u}}^g - \ddot{\mathbf{u}}^s) \right] \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

式中: μ_l 和 μ_g 分别为液相和气相的动力黏滞系数; k 为固有渗透系数; k_r^l 和 k_r^g 分别为液相和气相的相对渗透系数; τ_l 和 τ_g 分别为孔隙水和孔隙气体的流动迂曲度。

液相和气相的动力黏滞系数可分别表示为^[31]

$$\left. \begin{aligned} \mu_l &= (243.18 \times 10^{-7}) 10^{\frac{247.8}{T-140}} \\ \mu_g &= 1.48 \times 10^{-6} \frac{\sqrt{T}}{1+119/T} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

液相和气相的相对渗透系数可分别表示为^[35]

$$\left. \begin{aligned} k_r^l &= \sqrt{S_e} \left[1 - (1 - S_e^{1/m})^m \right]^2 \\ k_r^g &= \sqrt{1 - S_e} (1 - S_e^{1/m})^{2m} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

通过式 (19) 可得

$$\left. \begin{aligned} -\nabla p_w &= \frac{\mu_l}{k_r^l k} nS^l (\dot{\mathbf{u}}^l - \dot{\mathbf{u}}^s) + \rho^l \ddot{\mathbf{u}}^l + (\tau_l - 1) \rho^l (\ddot{\mathbf{u}}^l - \ddot{\mathbf{u}}^s) \\ -\nabla p_g &= \frac{\mu_g}{k_r^g k} n(1 - S^l) (\dot{\mathbf{u}}^g - \dot{\mathbf{u}}^s) + \rho^g \ddot{\mathbf{u}}^g + (\tau_g - 1) \rho^g (\ddot{\mathbf{u}}^g - \ddot{\mathbf{u}}^s) \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

2.3 动量平衡方程

忽略体积力后, 非饱和和多孔介质的动量平衡方程可以表示为

$$\sigma_{ij,j} = \bar{\rho}^s \ddot{u}_i^s + \bar{\rho}^l \ddot{u}_i^l + \bar{\rho}^g \ddot{u}_i^g \quad (23)$$

式中: $\sigma_{ij,j}$ 为总应力, 其中下标 i, j 表示张量指标; $\bar{\rho}^b$ ($b = s, l, g$) 为 b 相介质的表观密度, 则有 $\bar{\rho}^s = (1 - n) \rho^s$ 、 $\bar{\rho}^l = nS^l \rho^l$ 、 $\bar{\rho}^g = nS^g \rho^g$ 。

对于非饱和土而言, 其本构模型可以利用 Bishop 等^[36]提出的单应力状态变量进行建模, 可用 Cauchy 有效应力张量或 Bishop 应力 σ'_{ij} 表示为

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - p \delta_{ij} \quad (24)$$

式中: δ_{ij} 为 Kronecker 符号; p 为平均孔隙压力, 可表示为

$$p = \gamma p_w + (1 - \gamma) p_g \quad (25)$$

式中: γ 为有效应力参数, 表示对有效应力产生贡献的基质吸力所占的比例。Schrefler 等^[37]认为 γ 的取值与液相饱和度 S^l 近似相同, 本文亦采用此取值方法。

固体颗粒在孔隙压力球张量作用下的应变可以表示为^[30]

$$\varepsilon_{11}^p = \varepsilon_{22}^p = \varepsilon_{33}^p = -\frac{1}{3K_s} p \quad (26)$$

式中: K_s 为固体颗粒的压缩模量; ε_{ij}^p 为孔隙压力所引起的固体颗粒的应变。

温度变化引起的固体颗粒的应变 ε_{ij}^T 可表示为

$$\varepsilon_{ij}^T = \delta_{ij} \beta_T \theta \quad (27)$$

式中: β_T 为非饱和和多孔热弹性介质的热膨胀系数; $\theta = T - T_0$, 为温度变化量。

采用多孔弹性理论, 认为固体颗粒的压缩是由孔隙流体压力和温度变化所引起, 则对于一个均质的多孔介质, 其应力-应变关系可表示为

$$\sigma'_{ij} = c_{ij} (\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ij}^p - \varepsilon_{ij}^T) \quad (28)$$

式中: c_{ij} 为固体骨架的各向同性的弹性切线系数矩

阵; ε_{ij} 为土体应变, 可表达为

$$\varepsilon_{ij} = \frac{u_{i,j}^s + u_{j,i}^s}{2} \quad (29)$$

将式 (26)、(27) 代入式 (28), 并将其展开, 可得

$$\sigma'_{ij} = 2\mu\varepsilon_{ij} + \lambda\varepsilon_v\delta_{ij} + \frac{K_b}{K_s}p\delta_{ij} - 3K_b\beta_T\theta\delta_{ij} \quad (30)$$

式中: λ 和 μ 均为 Lamb 常数; $\varepsilon_v = \nabla \cdot \mathbf{u}^s$, 为体应变; $K_b = \lambda + 2\mu/3$, 为土骨架的体积模量。

将式 (30) 代入式 (24), 可得

$$\sigma_{ij} = 2\mu\varepsilon_{ij} + \lambda\varepsilon_v\delta_{ij} - \alpha p\delta_{ij} - \lambda'\theta\delta_{ij} \quad (31)$$

$$\alpha = 1 - K_b/K_s, \lambda' = 3K_b\beta_T \quad (32)$$

将式 (31) 代入式 (23), 并将其展开, 可得非饱和和多孔热弹性介质的动量平衡方程为

$$\begin{aligned} \mu\nabla^2 \mathbf{u}^s + (\lambda + \mu)\nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}^s) - \alpha\gamma\nabla p_w - \\ \alpha(1-\gamma)\nabla p_g - \lambda\nabla\theta = \bar{\rho}^s\ddot{\mathbf{u}}^s + \bar{\rho}^l\ddot{\mathbf{u}}^l + \bar{\rho}^g\ddot{\mathbf{u}}^g \end{aligned} \quad (33)$$

2.4 广义热传导方程

采用广义非 Fourier 热传导定律^[38-39]

$$q(x, t + \tau_q) = -K\nabla(x, t + \tau_\theta) \quad (34)$$

式中: q 为热通量; x 为材料体积中某一点位置的空间变量; τ_q 和 τ_θ 分别为热通量和温度梯度的相位延迟时间, 且 $0 \leq \tau_\theta < \tau_q$; K 为热传导系数。

式 (34) 可近似表达为

$$\left(1 + \tau_q \frac{\partial}{\partial t}\right)q_i = -K\left(1 + \tau_\theta \frac{\partial}{\partial t}\right)\nabla T \quad (35)$$

式中: q_i 为热通量。

根据式 (35), 非饱和和多孔热弹性介质的热传导方程可采用以下形式:

$$\begin{aligned} K\left(1 + \tau_\theta \frac{\partial}{\partial t}\right)\nabla^2 T = \left(1 + \tau_q \frac{\partial}{\partial t}\right) \cdot \\ \left(\tilde{m} \frac{\partial T}{\partial t} + \lambda'T_0 \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} - \beta_T T_0 \frac{\partial p}{\partial t}\right) \end{aligned} \quad (36)$$

$$\tilde{m} = (1-n)\rho^s c_s + nS^l \rho^l c_l + n(1-S^l)\rho^g c_g \quad (37)$$

式中: c_s 、 c_l 和 c_g 分别为固相、液相和气相的比热。

2.5 波动方程

引入液、气两相流体分别相对于固体骨架的相对位移 $\mathbf{u}^f$ 和 $\mathbf{u}^a$, 即

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{u}^f &= nS^l(\mathbf{u}^l - \mathbf{u}^s) \\ \mathbf{u}^a &= nS^g(\mathbf{u}^g - \mathbf{u}^s) \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

将式 (16) 和式 (22) 合并, 并与式 (33)、(36) 联立, 展开整理后可得非饱和和多孔热弹性介质的波动方程为

$$\begin{aligned} \mu\nabla^2 \mathbf{u}^s + (\bar{\lambda} + \mu)\nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}^s) + D_1\nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}^f) + \\ D_2\nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}^a) + D_3\nabla T = \rho\ddot{\mathbf{u}}^s + \rho^l\ddot{\mathbf{u}}^f + \rho^g\ddot{\mathbf{u}}^a \end{aligned} \quad (39)$$

$$\left. \begin{aligned} B_1\nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}^s) + B_2\nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}^f) + B_3\nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}^a) + \\ B_4\nabla T = \rho^l\ddot{\mathbf{u}}^s + \mathcal{G}^l\ddot{\mathbf{u}}^f + \nu^l\dot{\mathbf{u}}^f \\ B_5\nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}^s) + B_6\nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}^f) + B_7\nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}^a) + \\ B_8\nabla T = \rho^g\ddot{\mathbf{u}}^s + \mathcal{G}^g\ddot{\mathbf{u}}^a + \nu^g\dot{\mathbf{u}}^a \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

$$\begin{aligned} C_1\nabla \cdot (\dot{\mathbf{u}}^s + \tau_q\ddot{\mathbf{u}}^s) + C_2\nabla \cdot (\dot{\mathbf{u}}^f + \tau_q\ddot{\mathbf{u}}^f) + \\ C_3\nabla \cdot (\dot{\mathbf{u}}^a + \tau_q\ddot{\mathbf{u}}^a) + C_4(\dot{T} + \tau_\theta\ddot{T}) = K(\nabla^2 T + \tau_\theta\nabla^2 \dot{T}) \end{aligned} \quad (41)$$

其中:

$$\bar{\lambda} = \lambda + \alpha\gamma B_1 + \alpha(1-\gamma)B_5; \rho = \bar{\rho}^s + \bar{\rho}^l + \bar{\rho}^g \quad (42)$$

$$\left. \begin{aligned} D_1 &= \alpha\gamma B_2 + \alpha(1-\gamma)B_6 \\ D_2 &= \alpha\gamma B_3 + \alpha(1-\gamma)B_7 \\ D_3 &= \alpha\gamma B_4 + \alpha(1-\gamma)B_8 - \lambda' \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

$$\left. \begin{aligned} B_1 &= \frac{A_{22}}{A_{22}A_{11} - A_{12}A_{21}}, B_2 = \frac{A_{22}A_{14} - A_{12}A_{24}}{A_{14}(A_{22}A_{11} - A_{12}A_{21})} \\ B_3 &= \frac{A_{22}A_{15} - A_{12}A_{25}}{A_{15}(A_{22}A_{11} - A_{12}A_{21})}, B_4 = \frac{A_{22}A_{16} - A_{12}A_{26}}{A_{22}A_{11} - A_{12}A_{21}} \\ B_5 &= \frac{A_{21}}{A_{21}A_{12} - A_{11}A_{22}}, B_6 = \frac{A_{21}A_{14} - A_{11}A_{24}}{A_{14}(A_{21}A_{12} - A_{11}A_{22})} \\ B_7 &= \frac{A_{21}A_{15} - A_{11}A_{25}}{A_{15}(A_{21}A_{12} - A_{11}A_{22})}, B_8 = \frac{A_{21}A_{16} - A_{11}A_{26}}{A_{21}A_{12} - A_{11}A_{22}} \end{aligned} \right\} \quad (44)$$

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= \lambda'T_0 + \beta_T T_0[B_1\gamma + B_5(1-\gamma)], \mathcal{G}^l = \frac{\tau_l \rho^l}{nS^l} \\ C_2 &= \beta_T T_0[B_2\gamma + B_6(1-\gamma)], \mathcal{G}^g = \frac{\tau_g \rho^g}{n(1-S^l)} \\ C_3 &= \beta_T T_0[B_3\gamma + B_7(1-\gamma)], \nu^l = \frac{\mu_l}{k_l^l k} \\ C_4 &= \tilde{m} + \beta_T T_0[B_4\gamma + B_8(1-\gamma)], \nu^g = \frac{\mu_g}{k_r^g k} \end{aligned} \right\} \quad (45)$$

3 非饱和土中的体波

3.1 弥散特征方程的推导

为便于分析, 引入固、液、气三相介质位移矢量的 Helmholtz 分解形式, 即

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{u}^s &= \nabla \psi_s + \nabla \times \mathbf{H}_s \\ \mathbf{u}^f &= \nabla \psi_f + \nabla \times \mathbf{H}_f \\ \mathbf{u}^a &= \nabla \psi_a + \nabla \times \mathbf{H}_a \end{aligned} \right\} \quad (46)$$

式中: ψ_s 、 ψ_f 、 ψ_a 分别为固体骨架、孔隙水和孔隙气体的标量势函数; $\mathbf{H}_s$ 、 $\mathbf{H}_f$ 、 $\mathbf{H}_a$ 分别为固体骨架、孔隙水和孔隙气体的矢量势函数。

将式 (46) 代入式 (39) ~ (41), 并对方程两端进行散度和旋度运算, 将波动方程解耦可得

$$(\bar{\lambda} + 2\mu)\nabla^2 \psi_s + D_1 \nabla^2 \psi_f + D_2 \nabla^2 \psi_a + D_3 T = \rho \ddot{\psi}_s + \rho^1 \ddot{\psi}_f + \rho^g \ddot{\psi}_a \quad (47)$$

$$\left. \begin{aligned} B_1 \nabla^2 \psi_s + B_2 \nabla^2 \psi_f + B_3 \nabla^2 \psi_a + B_4 T &= \\ \rho^1 \ddot{\psi}_s + \rho^1 \ddot{\psi}_f + \rho^1 \ddot{\psi}_f &= \\ B_5 \nabla^2 \psi_s + B_6 \nabla^2 \psi_f + B_7 \nabla^2 \psi_a + B_8 T &= \\ \rho^g \ddot{\psi}_s + \rho^g \ddot{\psi}_a + \rho^g \ddot{\psi}_a &= \end{aligned} \right\} \quad (48)$$

$$\begin{aligned} C_1 \nabla^2 (\dot{\psi}_s + \tau_q \dot{\psi}_s) + C_2 \nabla^2 (\dot{\psi}_f + \tau_q \dot{\psi}_f) + \\ C_3 \nabla^2 (\dot{\psi}_a + \tau_q \dot{\psi}_a) + C_4 (\dot{T} + \tau_q \dot{T}) = K \nabla^2 (T + \tau_\theta \dot{T}) \end{aligned} \quad (49)$$

$$\left. \begin{aligned} \rho \ddot{\mathbf{H}}_s + \rho^1 \ddot{\mathbf{H}}_f + \rho^g \ddot{\mathbf{H}}_a &= \mu \nabla^2 \mathbf{H}_s \\ \rho^1 \ddot{\mathbf{H}}_s + \rho^1 \ddot{\mathbf{H}}_f + \rho^1 \ddot{\mathbf{H}}_f &= 0 \\ \rho^g \ddot{\mathbf{H}}_s + \rho^g \ddot{\mathbf{H}}_a + \rho^g \ddot{\mathbf{H}}_a &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (50)$$

考虑到体波是沿介质深度方向 (z 方向) 进行传播的, 则式 (47) ~ (50) 的解的一般形式可假设为以下形式:

$$\psi_r = A_r \exp[i(k_p z - \omega t)] \quad (51)$$

$$\mathbf{H}_r = \mathbf{B}_r \exp[i(k_s z - \omega t)] \quad (52)$$

$$T = A_T \exp[i(k_p z - \omega t)] \quad (53)$$

式中: A_r ($r=s, f, a$)、 A_T 和 $\mathbf{B}_r$ 为相应的势函数幅值; k_p 和 k_s 分别为 P 波、T (热) 波和 S 波的复波数; $\omega = 2\pi f$ 为角频率, f 为频率; $i = \sqrt{-1}$ 。

将式 (51) ~ (53) 代入式 (47) ~ (50), 可得如下形式的非饱和和多孔热弹性介质的体波特征方程:

$$\begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & b_{14} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & b_{24} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & b_{34} \\ b_{41} & b_{42} & b_{43} & b_{44} \end{vmatrix} = 0 \quad (54)$$

$$\begin{vmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{vmatrix} = 0 \quad (55)$$

式 (54) 为 P 波和 T (热) 波的特征方程, 式 (55) 为 S 波的特征方程, 两个特征方程中的元素分别为

$$\left. \begin{aligned} b_{11} &= \rho \omega^2 - (\bar{\lambda} + 2\mu) k_p^2, \quad b_{12} = \rho^1 \omega^2 - D_1 k_p^2 \\ b_{13} &= \rho^g \omega^2 - D_2 k_p^2, \quad b_{14} = D_3 \\ b_{21} &= \rho^1 \omega^2 - B_1 k_p^2 \\ b_{22} &= \rho^1 \omega^2 + \nu^1 i \omega - B_2 k_p^2, \quad b_{23} = -B_3 k_p^2, \quad b_{24} = B_4 \\ b_{31} &= \rho^g \omega^2 - B_5 k_p^2, \quad b_{32} = -B_6 k_p^2 \\ b_{33} &= \rho^g \omega^2 + \nu^g i \omega - B_7 k_p^2, \quad b_{34} = B_8 \\ b_{41} &= C_1 (i \omega + \tau_q \omega^2) k_p^2, \quad b_{42} = C_2 (i \omega + \tau_q \omega^2) k_p^2 \\ b_{43} &= C_3 (i \omega + \tau_q \omega^2) k_p^2 \\ b_{44} &= K (1 - \tau_\theta i \omega) k_p^2 - C_4 (i \omega + \tau_q \omega^2) \end{aligned} \right\} \quad (56)$$

$$\left. \begin{aligned} c_{11} &= \rho \omega^2 - \mu k_s^2, \quad c_{12} = \rho^1 \omega^2, \quad c_{13} = \rho^g \omega^2 \\ c_{21} &= \rho^1 \omega^2, \quad c_{22} = \rho^1 \omega^2 + \nu^1 i \omega, \quad c_{23} = 0 \\ c_{31} &= \rho^g \omega^2, \quad c_{32} = 0, \quad c_{33} = \rho^g \omega^2 + \nu^g i \omega \end{aligned} \right\} \quad (57)$$

对于式 (54) 可以解出 8 个不同的复波数 $k_p = \text{Re} k_p + i \text{Im} k_p$, 式 (55) 可以解出 2 个不同的复波数 $k_s = \text{Re} k_s + i \text{Im} k_s$, 其中 Re 和 Im 分别为实部和虚部, Re 反映常规波数, Im 反映波的衰减特性。由于振幅沿着波传播的方向衰减, 则 $\text{Im} k_p > 0$, $\text{Im} k_s > 0$, 故而 k_p 只有 4 个有意义的复根, 其中 3 个为压缩 P 波 (按照波速由大到小的顺序分别记为 P_1 波、 P_2 波和 P_3) 的复波数, 第 4 个为 T 波的复波数, 且 P 波 (包括 T 波) 的波速和衰减系数分别为 $V_p = \omega / \text{Re} k_p$ 和 $\delta_p = \text{Im} k_p$, 而 k_s 只有 1 个有意义的复根, 即为剪切 S 波的复波数, 且 S 波的波速和衰减系数分别为 $V_s = \omega / \text{Re} k_s$ 和 $\delta_s = \text{Im} k_s$ 。

3.2 解的退化

为比较非饱和和多孔介质的热弹性波动理论和弹性波动理论的不同, 忽略温度的影响, 令基本方程中的温度变化量 $\theta = 0$ 及 $\partial \theta / \partial t = 0$, 即 $T = T_0$, $\partial T / \partial t = 0$, 且略去热传导方程式 (34) ~ (36), 即采用等温模型, 则可将本文所研究的问题退化为非饱和和多孔弹性介质中的波动问题。

退化后所求得的非饱和和多孔弹性介质中 S 波的特征方程与退化前的特征方程式 (55) 相同, 可解得 1 个有意义的复波数 k_s , 而 P 波的特征方程则退化为

$$\begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{vmatrix} = 0 \quad (58)$$

通过式(58)可解得3个有意义的复波数 k_p , 分别为 P_1 波、 P_2 波和 P_3 波的复波数。

为验证本文热弹性波的特征方程及其解的有效性, 在与文献[40]的材料参数保持一致的条件下, 应用本文退化后的等温模型对 P_1 波的波速 V_{p1} 随频率 f 的变化曲线进行求解, 并与文献[40]进行对比, 结果如图1所示。可以看出, 本文的计算结果与文献[40]的结果相比, P_1 波波速的变化趋势基本保持一致, 且二者在数值上的差异较小。这一结果亦证明了本文推导得到的热弹性波的特征方程及其解的正确性。限于篇幅, 本文不再对其他类型的热弹性波进行逐一验证。

4 数值计算与分析

为研究非饱和土中热弹性波的传播特性, 通过数值算例分析了不同的非饱和多孔弹性介质的热物理参数对P波、T波和S波的波速的影响。考虑到本文研究的非饱和土被假设为一各向同性且均质的

多孔热弹性体, 若无特殊说明, 根据文献[41]中试验得到的岩土材料参数, 数值算例中所采用的多孔介质的热物理参数的取值均以表1所选取的数值考虑。表1中的参数取值仅为本文数值算例提供。由于土介质不同, 其热物性参数亦随之变化, 但其计算结果的总体趋势与本文相同, 仅在数值上产生差异。

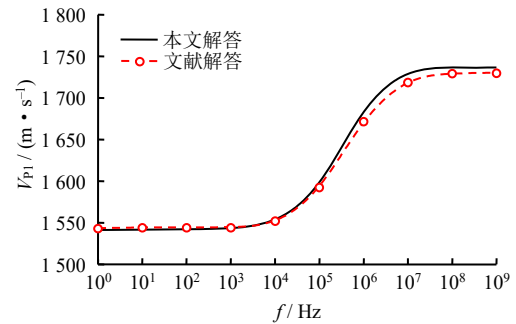


图1 P_1 波的波速对比曲线

Fig.1 Comparison curves of P_1 wave velocity

表1 计算参数
Table 1 Calculation parameters

λ	μ	$S_{\text{sat}}^{\text{l}}$	ρ^{s}	ρ^{g}	p_{g}	K_{s}	χ	d	m	c_{s}	c_{l}	c_{g}	T_0	T	
/kPa	/kPa		/(kg · m ⁻³)	/(kg · m ⁻³)	/kPa	/kPa	/Pa ⁻¹			/(J · kg ⁻¹ · K ⁻¹)	/(J · kg ⁻¹ · K ⁻¹)	/(J · kg ⁻¹ · K ⁻¹)	/K	/K	
4.4×10 ⁶	2.8×10 ⁶	1.0	2 650	1.3	101.3	3.5×10 ⁷	0.000 1	2	0.5	1 000	4 180	1 900	300	293.2	
f	n	S^{l}	$S_{\text{res}}^{\text{l}}$	ρ^{l}	β_{wp}	β_{st}	β_{wT}	β_{w}	β_{T}	τ_{θ}	τ_{q}	K	k	τ_{l}	τ_{g}
/Hz			%	/(kg · m ⁻³)	/Pa ⁻¹	/K ⁻¹	/K ⁻¹	/K ⁻¹	/K ⁻¹	/s	/s	/(J · kg ⁻¹ · K ⁻¹)	/m ²		
100	0.4	0.6	5	1 000	4.58×10 ⁻¹⁰	7.80×10 ⁻⁶	2.10×10 ⁻⁴	2.09×10 ⁻³	1.0×10 ⁻⁴	1.5×10 ⁻⁷	2.0×10 ⁻⁷	0.4	1×10 ⁻¹⁰	1	1

不同孔隙水和孔隙气体迂曲度下非饱和土中P波、T波和S波的波速随频率的变化曲线如图2所示。可以看出: 孔隙水迂曲度 τ_1 对 P_2 波和T波的波速基本无影响; 而 τ_1 对 P_1 波、 P_3 波和S波的波速有较大影响, 且其影响规律相类似, 均表现为在 $f < 1\,000$ Hz时, 不同 τ_1 值下 P_1 波、 P_3 波和S波各自的波速基本相同, 且随着频率的增大其波速基本保持不变, 在 $1\, \text{kHz} < f < 100\, \text{kHz}$ 区间内, τ_1 对波速的影响逐渐明显, 当 τ_1 的值由1增大到3时, P_1 波、 P_3 波和S波这3类波的波速各自逐渐减小。 τ_1 对波速产生这种影响的原因在于孔隙水迂曲度小的土体介质的渗流强度较大, 且其孔隙屏蔽作用小, 使得固-液两相之间的耦合及相互作用更强, 从而使得弹性波更具弥散性。同时, 研究发现: 孔隙气体迂曲度 τ_g 不同时, 仅 P_2 波的波速有较大变化, 结果如图2(f)所示, 可以看出其影响规律与 τ_1 对 P_1 波、 P_3 波和S波的波速的影响规律相类似; 而 P_1 波、 P_3 波、T波和S波的波速在 τ_g 不同时随频率的变化曲

线与图2(a)和图2(c)~2(e)中 $\tau_1 = 1$ 时的曲线几乎完全重合。值得注意的是, 当将本文的非饱和热弹性理论退化为不耦合热的非饱和弹性理论时, 由图2(a)可以看出, 在热弹性理论下计算得出的 P_1 波的波速与不耦合热的弹性理论下计算得出的结果相比明显较大。由图2(b)、2(c)、2(e)可知, P_2 波、 P_3 波和S波的波速在两种理论下的计算结果基本相同, 差异不明显。而由于退化后的非饱和弹性理论中不考虑热效应的影响, 使得该理论下不存在T波。可见, 对于非饱和多孔弹性介质波动理论, 考虑温度的耦合效应具有重要的意义。

非饱和土中各类热弹性波的衰减系数随频率的变化曲线如图3所示。可以看出, 随着频率的增加, 几类热弹性波的衰减系数均相应增大, 其中 P_3 波和T波的增大幅度最快, P_2 波居中, 而 P_1 波和S波的增大幅度最小。图3所示的衰减曲线与图2所示的波速曲线相互印证, 说明了 P_1 波和S波以其较大的波速和较慢的衰减对地下及地表构筑物造成较

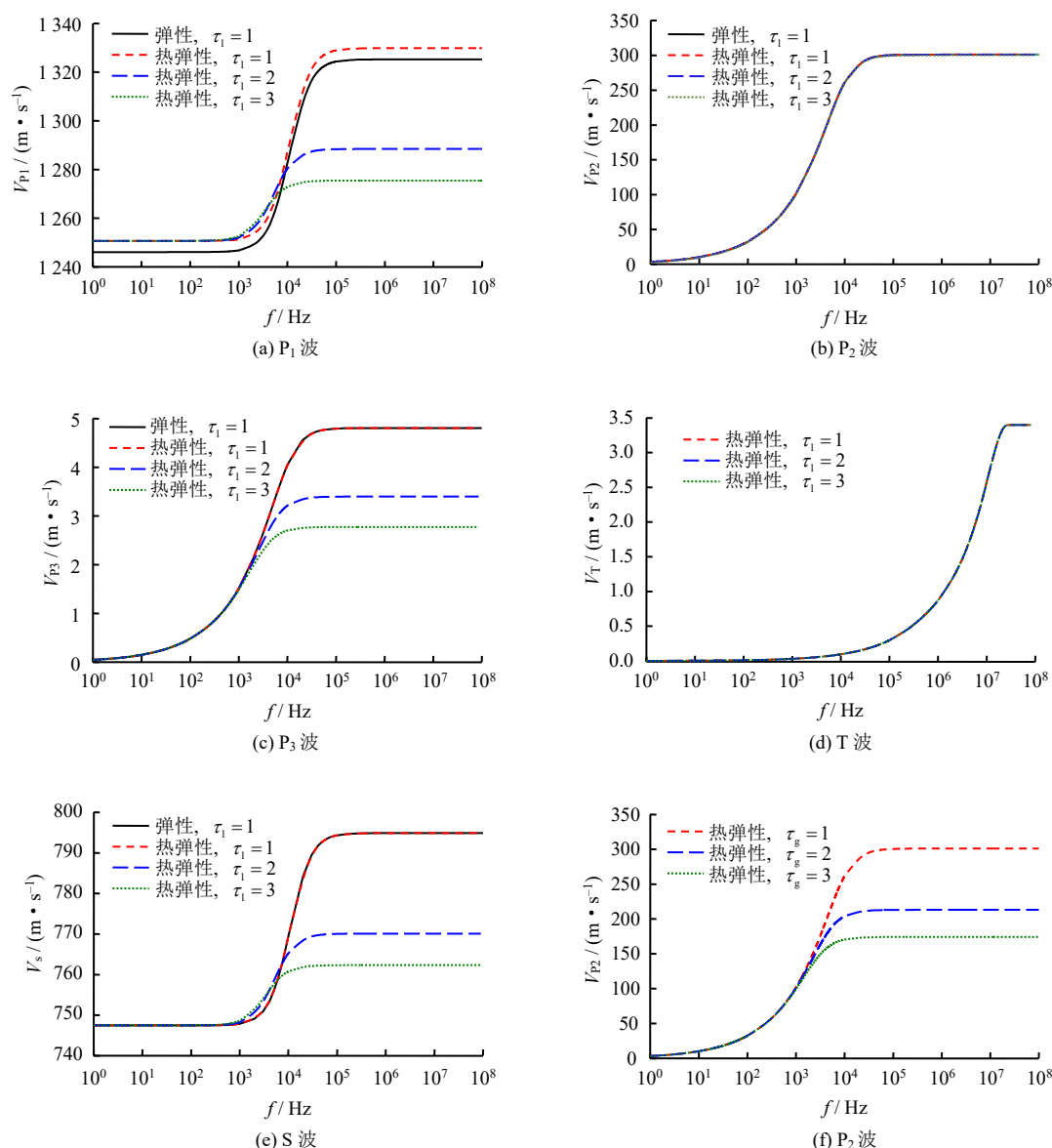


图2 不同迂曲度时热弹性波波速随频率的变化

Fig.2 Thermoelastic wave velocity as a function of frequency given different tortuosities

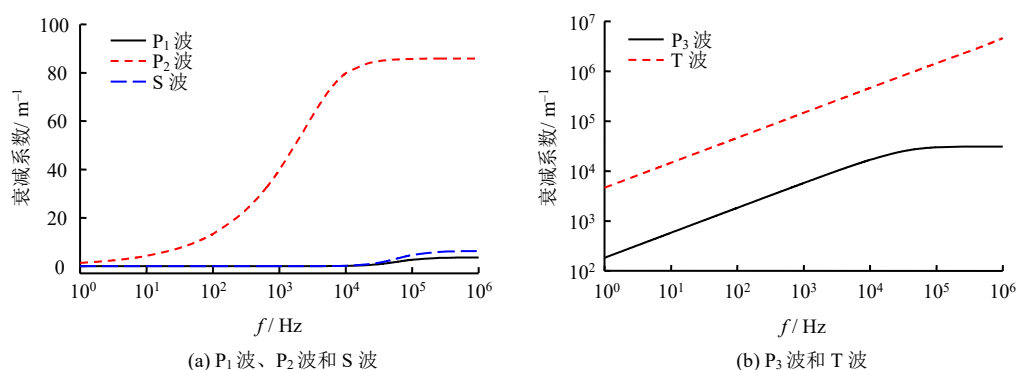


图3 热弹性波的衰减系数随频率的变化

Fig.3 Attenuation coefficient of thermoelastic waves as a function of frequency

大的危害,同时由二者在地表附近干涉产生的 Rayleigh 波亦会对地下及地表构筑物产生重大影响。相反, P_2 波、 P_3 波和 T 波这 3 类波由于其本身

波速相对较小,加之其衰减非常快,可见其对地下及地表构筑物的影响相对较小。

图 4 描绘了热弹性波波速在不同饱和度下随热

膨胀系数的变化趋势。

图4表明: P_1 波的波速随着热膨胀系数的增大而增大, 且其增大速率很快; T 波的波速随热膨胀系数的增大而急剧减小, 但由于 T 波的波速本身与其他波的波速相比很小, 因此热膨胀系数对 T 波波速的影响相对而言可以忽略; 此外, 热膨胀系数的

变化对 P_2 波、 P_3 波和 S 波的波速几乎无影响。同时可以看出, 随着饱和度的增大, P_1 波、 P_2 波、T 波和 S 波的波速逐渐减小, 而 P_3 波的波速反而增大, 以上饱和度对 P_1 波、 P_2 波、 P_3 波和 S 波波速的影响的研究结果与不耦合热的非饱和多孔介质中的研究成果一致。

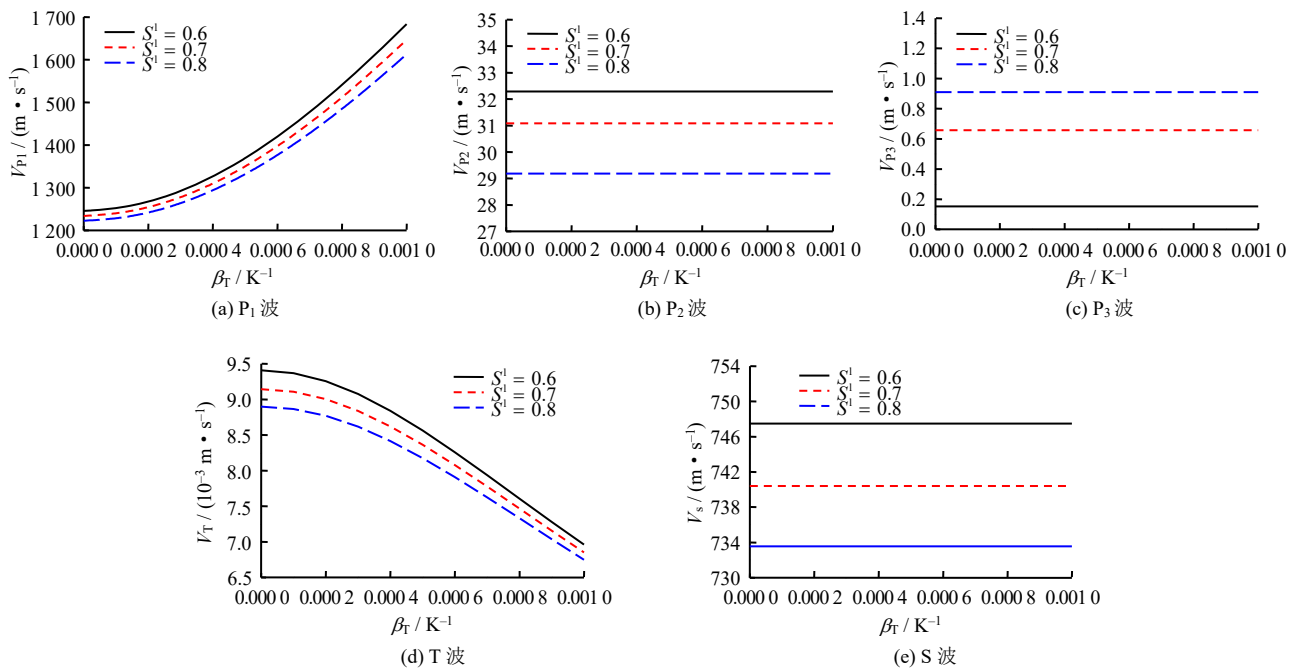


图4 不同饱和度下热弹性波波速随热膨胀系数的变化

Fig.4 Thermoelastic wave velocity as a function of coefficient of thermal expansion given different saturations

随着热膨胀系数的增大, 非饱和土中各类热弹性波的衰减曲线如图5所示。由图可知, 随着热膨胀系数的增大, P_1 波、 P_2 波、 P_3 波和 S 波的衰减系数均相应减小, 其中以 P_1 波的衰减系数减小幅度最快。相反, T 波的衰减系数随着热膨胀系数的增大反而增大, T 波的快速衰减再加之其传播速度很小, 因而几乎可以将其对构筑物的影响忽略不计。可见, 在热膨胀系数增大时, 由于 P_1 波和 S 波以较大的

速度传播, 同时其衰减又变缓, 故而 P_1 波和 S 波依然是影响构筑物稳定的主要原因。

为研究不同温度下固有渗透系数 k 对 P 波、T 波和 S 波的波速的影响, 取 $k = 10^{-12} \sim 10^{-7} \text{ m}^2$, 所对应的 Darcy 渗透系数 $k_d = 10^{-5} \sim 1 \text{ m/s}$, 在多孔介质内部温度为 273.2 K (0°C)、293.2 K (20°C) 和 313.2 K (40°C) 时的计算结果如图6所示。图中取渗透系数为 1 m/s 仅为方便讨论, 实际土体的渗透系数一般远小于该数量级。由图可知, 渗透系数和温度的变化对 5 种波的波速均有影响。 P_1 波和 S 波的波速在高、低渗透区均保持不变, 而在中间渗透区, 其波速随渗透系数的增大而急剧增大; P_2 波、 P_3 波和 T 波的波速随着渗透系数的增大均表现为先急剧增大, 然后趋于稳定, 保持不变。温度的增大将引起 5 种波速同时增大, 其波速的增大幅度以 P_1 波最大, T 波最小, S 波、 P_2 波和 P_3 波居中, 值得注意的是 T 波的波速随着温度的增加, 其波速的增大幅度近似为 10^{-12} m/s , 故而相对于其他 4 种波的波速增大幅度, T 波波速受温度变化的影响亦几乎可以忽略。

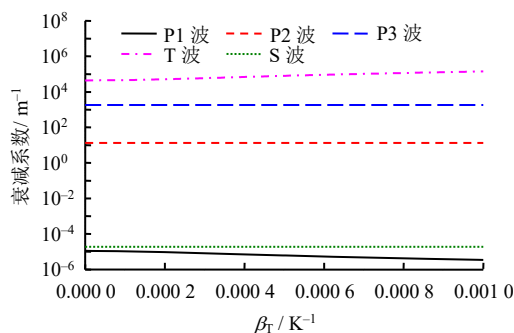


图5 热弹性波的衰减系数随热膨胀系数的变化曲线

Fig.5 Attenuation coefficient of thermoelastic waves as a function of coefficient of thermal expansion

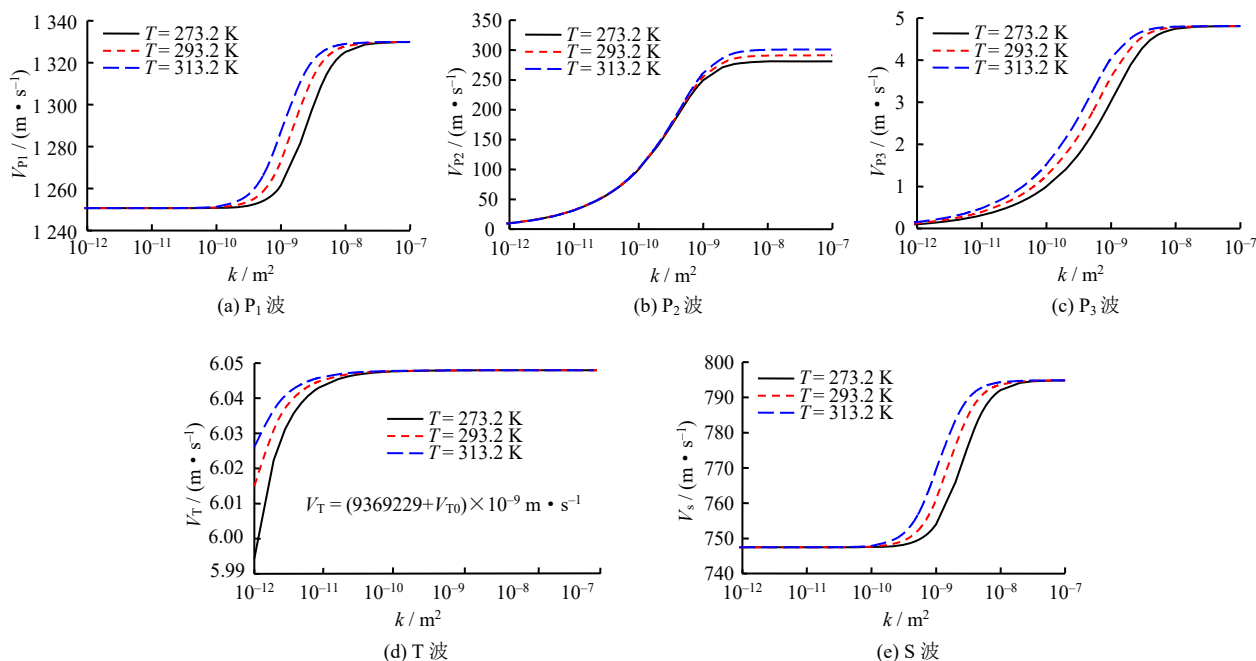


图6 不同温度下热弹性波波速随固有渗透系数的变化

Fig.6 Thermoelastic wave velocity as a function of intrinsic permeability coefficient given different temperatures

各热弹性波的衰减系数随介质温度的变化曲线如图7所示。可以看出,随着介质温度的增大, P_1 波和S波的衰减系数将随之增大,而 P_2 波和 P_3 波的衰减系数随之减小,但无论是增大或是减小,其幅度均很小,T波的衰减系数则不受介质温度的影响。

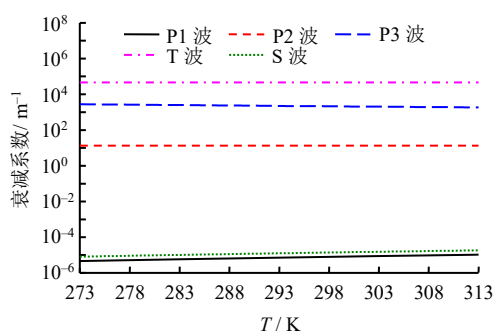


图7 热弹性波的衰减系数随介质温度的变化曲线

Fig.7 Attenuation coefficient of thermoelastic waves as a function of medium temperature

5 结 论

基于多孔介质理论,考虑到热效应和孔隙流体迂曲度的影响,研究了非饱和土中热弹性波的传播特性,通过数值算例并结合参数分析,得到以下结论:

(1) 孔隙水迂曲度的增大将引起 P_1 波、 P_3 波和S波的波速减小;而孔隙气体迂曲度的增大仅使得 P_2 波的波速减小。

(2) 热膨胀系数的增大仅引起 P_1 波波速的增大和T波波速的降低,但其造成 P_1 波、 P_2 波、 P_3 波和S波衰减系数的减小和T波衰减系数的增大。

(3) 介质温度的增大将引起5种热弹性波的波速同时增大,并使得 P_1 波和S波的衰减系数增大, P_2 波和 P_3 波的衰减系数减小,T波的衰减系数则不受介质温度的影响。

(4) 同一频率下,T波的衰减最快, P_3 波和 P_2 波次之,S波和 P_1 波的衰减最慢。

参 考 文 献

- [1] BIOT M A. General solutions of equations of elasticity and consolidation for a porous material[J]. *Journal of Applied Physics*, 1956, 23: 91-96.
- [2] JONES J P. Rayleigh waves in a porous, elastic, saturated solid[J]. *Journal of the Acoustical Society of America*, 1961, 33(7): 959-962.
- [3] HAJRA S, MUKHOPADHYAY A. Reflection and refraction of seismic waves incident obliquely at the boundary of a liquid-saturated porous solid[J]. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 1982, 72(5): 1509-1533.
- [4] TAJUDDIN M. Rayleigh waves in a poroelastic half-space[J]. *Journal of the Acoustical Society of America*, 1984, 75(3): 682-684.
- [5] SHARMA M D, GOGNA M L. Wave propagation in anisotropic liquid-saturated porous solids[J]. *Acoustical*

- Society of America Journal**, 1991, 90(2): 1068-1073.
- [6] 杨峻, 吴世明, 蔡袁强. 饱和土中弹性波的传播特性[J]. 振动工程学报, 1996, 9(2): 128-137.
YANG Jun, WU Shi-ming, CAI Yuan-qiang. Characteristics of propagation of elastic waves in saturated soils[J]. **Journal of Vibration Engineering**, 1996, 9(2): 128-137.
- [7] 刘干斌, 谢康和, 郑荣跃. 考虑非线性多孔弹性介质热流固耦合动力响应模型[J]. 中国科学(技术科学), 2009, 39(2): 359-367.
LIU Gan-bin, XIE Kang-he, ZHENG Rong-yue. The coupling non-thermo-hydro-mechanical dynamic response model for saturated porous elastic medium[J]. **Science in China (Series E: Technological Sciences)**, 2009, 39(2): 359-367.
- [8] TAJUDDIN M, HUSSAINI S J. Reflection of plane waves at boundaries of a liquid filled poroelastic half-space[J]. **Journal of Applied Geophysics**, 2005, 58(1): 59-86.
- [9] LIN C H, LEE V W, TRIFUNAC M D. The reflection of plane waves in a poroelastic half-space saturated with inviscid fluid[J]. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, 2005, 25(3): 205-223.
- [10] 王东, 张海澜, 王秀明. 部分饱和和孔隙岩石中声波传播数值研究[J]. 地球物理学报, 2006, 49(2): 465-473.
WANG Dong, ZHANG Hai-lan, WANG Xiu-ming. A numerical study of acoustic wave propagation in partially saturated poroelastic rock[J]. **Chinese Journal of Geophysics**, 2006, 49(2): 465-473.
- [11] ZHOU F, MA Q. Propagation of Rayleigh waves in fluid-saturated non-homogeneous soils with the graded solid skeleton distribution[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 2016, 40(11): 1513-1530.
- [12] BIOT M A. Thermoelasticity and irreversible thermodynamics[J]. **Journal of Applied Physics**, 1956, 27(3): 240-253.
- [13] LORD H W, SHULMAN Y. A generalised dynamical theory of thermoelasticity[J]. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, 1967, 15(5): 299-309.
- [14] PECKER C, DERESIEWICZ H. Thermal effects on wave propagation in liquid-filled porous media[J]. **Acta Mechanica**, 1973, 16(1-2): 45-64.
- [15] YOUSSEF H M. Theory of generalized porothermoelasticity[J]. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, 2007, 44(2): 222-227.
- [16] SINGH B. On propagation of plane waves in generalized porothermoelasticity[J]. **Bulletin of the Seismological Society of America**, 2011, 101(2): 756-762.
- [17] 周凤玺, 柳鸿博, 蔡袁强. 饱和多孔热弹性介质中 Rayleigh 波的传播特性分析[J]. 岩土力学, 2020, 41(1): 315-324.
ZHOU Feng-xi, LIU Hong-bo, CAI Yuan-qiang. Propagation of Rayleigh wave in saturated porothermoelastic media[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2020, 41(1): 315-324.
- [18] BERRYMAN J G, THIGPEN L, CHIN R C Y. Bulk elastic wave propagation in partially saturated porous solids[J]. **Journal of the Acoustical Society of America**, 1988, 84(1): 360-373.
- [19] WEI C, MURALEETHARAN K K. A continuum theory of porous media saturated by multiple immiscible fluids: I. linear poroelasticity[J]. **International Journal of Engineering Science**, 2002, 40(16): 1807-1833.
- [20] YANG J. Rayleigh surface waves in an idealized partially saturated soil[J]. **Géotechnique**, 2005, 55(5): 409-414.
- [21] VARDOULAKIS I, BESKOS D E. Dynamic behavior of nearly saturated porous media[J]. **Mechanics of Materials**, 1986, 5(1): 87-108.
- [22] CHEN W Y, SUN M M, ZHAI C J. Transverse wave at a plane interface between isotropic elastic and unsaturated porous elastic solid half-spaces[J]. **Transport in Porous Media**, 2012, 94(1): 417-436.
- [23] CHEN W, XIA T, HU W. A mixture theory analysis for the surface-wave propagation in an unsaturated porous medium[J]. **International Journal of Solids and Structures**, 2011, 48(16): 2402-2412.
- [24] GHASEMZADEH H, ABOUNOURI A A. Compressional and shear wave intrinsic attenuation and velocity in partially saturated soils[J]. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, 2013, 51(3): 1-8.
- [25] LO W, SPOSITO G, MAJER E. Wave propagation through elastic porous media containing two immiscible fluids[J]. **Water Resources Research**, 2005, 41(2): 199-207.
- [26] 周凤玺, 柳鸿博. 非饱和土中 Rayleigh 波的传播特性分析[J]. 岩土力学, 2019, 40(8): 3218-3226.
ZHOU Feng-xi, LIU Hong-bo. Propagation characteristics of Rayleigh waves in unsaturated soils[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2019, 40(8): 3218-3226.
- [27] RUTQVIST J, L. BÖRGESSON, CHIJIMATSU M, et al. Thermo hydromechanics of partially saturated geological media: governing equations and formulation of four finite element models[J]. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, 2001, 38(1): 105-127.
- [28] OLIVELLA S, CARRERA J, GENS A, et al.

- Nonisothermal multiphase flow of brine and gas through saline media[J]. **Transport in Porous Media**, 1994, 15(3): 271-293.
- [29] DIERSCH H J G, KOLDITZ O, MILLER C T, et al. Variable-density flow and transport in porous media: approaches and challenges[J]. **Advances in Water Resources**, 2002, 25(8): 899-944.
- [30] ZHANG M, WANG X, YANG G, et al. Solution of dynamic Green's function for unsaturated soil under internal excitation[J]. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, 2014, 64: 63-84.
- [31] ABED A A, SOŁOWSKI W T. A study on how to couple thermo-hydro-mechanical behaviour of unsaturated soils: physical equations, numerical implementation and examples[J]. **Computers and Geotechnics**, 2017, 92: 132-155.
- [32] GENUCHTEN M T V. A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils[J]. **Soil Science Society of America Journal**, 1980, 44(5): 892-898.
- [33] ZHANG Y, XU Y, XIA J. Analysis of dispersion and attenuation of surface waves in poroelastic media in the exploration-seismic frequency band[J]. **Geophysical Journal International**, 2011, 187(2): 871-888.
- [34] CAPEILLERE J, MESGOUEZ A, LEFEUVE MESGOUEZ G. Axisymmetric wave propagation in multilayered poroelastic grounds due to a transient acoustic point source[J]. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, 2013, 52: 70-76.
- [35] MUALEM Y. A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media[J]. **Water Resources Research**, 1976, 12(3): 513-522.
- [36] BISHOP A W, BLIGHT G E, BISHOP A W, et al. Some aspects of effective stress in saturated and partly saturated soils[J]. **Geotechnique**, 1963, 13(3): 177-197.
- [37] SCHREFLER B A, BOLZON G, ZIENKIEWICZ O C. Elastoplastic soil constitutive laws generalized to partially saturated states[J]. **Geotechnique**, 1996, 46(2): 279-289.
- [38] TZOU D Y. A unified field approach for heat conduction from Macro- to micro-scales[J]. **Journal of Heat Transfer**, 1995, 117(1): 8-16.
- [39] TZOU D Y. Experimental support for the lagging behavior in heat propagation[J]. **Journal of Thermophysics and Heat Transfer**, 1995, 9(4): 686-693.
- [40] 徐长节, 史焱永. 非饱和土中波的传播特性[J]. **岩土力学**, 2004, 25(3): 354-358.
- XU Chang-jie, SHI Yan-yong. Characteristics of wave propagation in unsaturated soils[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2004, 25(3): 354-358.
- [41] YEW C H, JOGI P N. Study of wave motions in fluid-saturated porous rocks[J]. **Journal of The Acoustical Society of America**, 1976, 60(1): 2-8.
- 隧道地震响应和离心模型校准[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2010, 29(2): 271-280.
- [26] CHEN Z Y, SHEN H. Dynamic centrifuge tests on isolation mechanism of tunnels subjected to seismic shaking[J]. **Tunnelling and Underground Space Technology**, 2014, 42: 67-77.
- [27] 赖林. 地震动力作用下隧道洞口段边坡离心模型试验研究[D]. 成都: 成都理工大学, 2016.
- LAI Lin. Centrifugal model test study of entrance slope under earthquake[D]. Chengdu: Chengdu University of Technology, 2016.
- [28] 边磊, 梁庆国, 张钦鹏. 黄土隧道仰边坡及洞口段地震响应试验研究[J]. **铁道标准设计**, 2018, 62(3): 79-85.
- BIAN Lei, LIANG Qing-guo, ZHANG Qin-peng. Experimental study on seismic responses of slope and portal of loess tunnel[J]. **Railway Standard Design**, 2018, 62(3): 79-85.

上接第 1612 页

- [22] 巨能攀, 邓天鑫, 李龙起, 等. 强震作用下陡倾顺层斜坡倾倒变形机制离心振动台试验[J]. **岩土力学**, 2019, 40(1): 99-109.
- JU Neng-pan, DENG Tian-xin, LI Long-qi, et al. Centrifugal shaking table test on toppling deformation mechanism of steep bedding slope under strong earthquake[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2019, 40(1): 99-109.
- [23] YU Y Z, DENG L J, SUN X, et al. Centrifuge modeling of a dry sandy slope response to earthquake loading[J]. **Bulletin of Earthquake Engineering**, 2008, 6(3): 447-461.
- [24] WANG L P, ZHANG G. Centrifuge model test study on pile reinforcement behavior of cohesive soil slopes under earthquake conditions[J]. **Landslides**, 2014, 11(2): 213-223.
- [25] 黄茂松, 曹杰. 隧道地震响应简化分析与动力离心试验验证[J]. **岩石力学与工程学报**, 2010, 29(2): 271-280.
- HUANG Mao-song, CAO Jie. Simplified analysis of